Lattice Journal : *Journal of Mathematics Education and Applied* e-ISSN: 2798-4621 p-ISSN: 2798-6470
Vol. 5 No. 1, Januari-Juni 2025 pp. 01-13 DOI: http://dx.doi.org/10.30983/lattice.v5i1.9403

Pemodelan *Return* Harga Emas Dengan Pendekatan Inferensi Bayesian ARFIMA

Vivin Acnesya[1], Dodi Devianto[2*], Maiyastri[3]
[1,2,3] Universitas Andalas, Padang, Indonesia
**Corresponding Author*

Informasi Artikel

Diterima Redaksi: 8 Mei 2025
Revisi Akhir: 11 Juni 2025
Diterbitkan *Online*: 28 Juni 2025

Kata Kunci

Volatilitas
ARFIMA
Bayesian
Emas

Korespondensi

E-mail: ddevianto@sci.unand.ac.id *

A B S T R A C T

Volatility in stock and commodity prices, such as gold, plays a crucial role in investment decisions because high price fluctuations increase risk but also create opportunities for higher returns. The Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average (ARFIMA) model, an extension of the ARIMA model, is capable of modeling data with long-term dependencies (long memory). This study applies the Bayesian ARFIMA inference model to address parameter uncertainty by incorporating prior information. The study focuses on modeling monthly gold price returns from January 2014 to December 2024, totaling 132 observations. According to Akaike Information Criterion (AIC) and Bayesian Information Criterion (BIC) values, the Bayesian ARFIMA model achieves slightly better performance with an AIC of -475.2392 and BIC of -469.6136, compared to the ARFIMA model's AIC of -474.7184 and BIC of -468.968. Gold returns exhibit a long memory characteristic, meaning current price fluctuations can have persistent effects over time. Therefore, investing in gold is highly profitable as it preserves asset value and provides stability against economic volatility.

Volatilitas harga saham dan komoditas, seperti emas merupakan salah satu faktor penting dalam proses pengambilan keputusan investasi, karena fluktuasi harga yang tinggi dapat meningkatkan risiko sekaligus menciptakan peluang untuk memperoleh keuntungan yang lebih besar. Dalam analisis deret waktu (*time* series), model *Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average* (ARFIMA) merupakan pengembangan dari model *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA) yang mampu memodelkan data dengan ketergantungan jangka panjang (*long memory*). Penelitian ini menggunakan model inferensi Bayesian ARFIMA untuk mengatasi ketidakpastian pada parameter dengan memanfaatkan informasi prior yang diperoleh. Fokus penelitian adalah pemodelan *return* harga emas bulanan periode Januari 2014 hingga Desember 2024 dengan total 132 data. Berdasarkan perhitungan *Akaike Information Criterion* (AIC) dan *Bayesian Information Criterion* (BIC), model Bayesian ARFIMA memperoleh nilai AIC sebesar -475.2392 dan BIC sebesar -469.6136, sedikit lebih baik dibandingkan model ARFIMA yang memiliki AIC -474.7184 dan BIC -468.968. Harga *return* emas mengandung sifat *long memory* yang artinya bahwa fluktuasi harga yang terjadi saat ini dapat memiliki pengaruh yang bertahan dalam jangka panjang, sehingga investasi dalam bentuk emas menjadi sangat menguntungkan karena mampu menjaga nilai aset dari waktu ke waktu dan memberikan stabilitas terhadap gejolak ekonomi.

1. Pendahuluan

Emas adalah salah satu logam mulia yang digunakan sebagai perhiasan maupun properti berharga, karena sifatnya yang relatif tahan lama. Selain itu, emas merupakan investasi yang populer dan terpercaya, mengingat nilainya yang cenderung lebih stabil dan lebih tinggi. Harga emas sering mengalami fluktuasi dan pergerakan harga di masa depan dapat diprediksi dengan menganalisis pola pergerakan harga tersebut. Oleh karena itu, untuk memprediksi pergerakan harga emas di masa yang akan datang, metode pemodelan deret waktu (*time series*) menjadi hal yang sangat berguna bagi investor dan masyarakat dalam perencanaan serta pengambilan keputusan investasi yang lebih tepat [1].

Selain fluktuasi harga, *return* menjadi indikator penting dalam analisis pergerakan harga. *Return* menggambarkan perubahan harga suatu aset, investasi, atau proyek dalam periode waktu tertentu. Perhitungan *return* berlandaskan pada prinsip bahwa tingkat keuntungan (*return*) selalu berbanding lurus dengan tingkat risiko yang dihadapi. Artinya, semakin tinggi tingkat *return* suatu aset, semakin besar risiko yang harus dihadapi. Sebaliknya, jika tingkat *return* rendah risiko yang ditanggung pun akan lebih rendah [2]. Oleh karena itu, *return* menjadi parameter penting dalam pengambilan keputusan investasi, baik dalam jangka pendek maupun jangka panjang [3].

Sejalan dengan fluktuasi harga yang tinggi, volatilitas juga menjadi aspek penting untuk dipahami oleh investor. Ketika volatilitas tinggi, harga emas cenderung bergerak secara tajam, sehingga menyebabkan selisih harga yang cukup besar antara harga tertinggi dan terendah dalam suatu periode [4]. Volatilitas mencerminkan risiko terkait dengan perubahan nilai harga aset, dimana ketika harga suatu aset sering berubah-ubah maka tingkat volatilitas akan tinggi, artinya resiko lebih besar [5]. Mengingat volatilitas yang tinggi ini, pemodelan volatilitas *return* emas sangat penting untuk membantu investor dalam memahami dan mengelola risiko yang terkait dengan fluktuasi harga tersebut [6]. Model volatilitas yang tepat dapat membantu investor untuk memprediksi volatilitas *return* di masa depan dan membuat keputusan investasi yang lebih terukur, sehingga pemilihan metode yang tepat untuk memodelkan volatilitas sangat penting untuk mengoptimalkan strategi investasi di pasar emas [7].

Dalam analisis deret waktu (*time series*), beberapa asumsi dasar harus dipenuhi untuk menghasilkan metode yang valid, diantaranya tidak adanya autokorelasi, tidak ada heteroskedastisitas, serta distribusi residual yang normal. Heteroskedastisitas sering kali muncul akibat fluktuasi acak dalam data yang menyebabkan varians menjadi tidak konstan [8]. Oleh karena itu, salah satu pendekatan yang digunakan dalam menganalisis data *time series* dengan sifat *long memory* adalah model *Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average* (ARFIMA) [9]. Dengan model ini, pola pergerakan harga emas dalam jangka panjang dapat diidentifikasi dengan lebih akurat. Namun, akurasi model ARFIMA dapat lebih ditingkatkan dengan penerapan pendekatan inferensi Bayesian, yang dikenal sebagai model Bayesian ARFIMA [10]. Dalam hal ini, metode *Geweke dan Porter-Hudak* (GPH) digunakan untuk mengestimasi parameter diferensiasi secara langsung tanpa perlu menentukan ordo *Autoregressive* (AR) dan *Moving Average* (MA) secara eksplisit [11]. Dengan mempertimbangkan faktor-faktor seperti memori jangka panjang dalam data harga emas, pemodelan yang lebih tepat dapat dibangun [12].

Penggunaan model ARFIMA yang dihybrid dengan pendekatan Bayesian merupakan salah satu bentuk inovasi dalam pemodelan deret waktu (*time series*) yang masih jarang diteliti. Pendekatan ini merupakan penggabungan antara kemampuan ARFIMA dalam menangkap pola memori jangka panjang (*long memory*) dengan keunggulan Bayesian dalam mengelola ketidakpastian parameter serta memberikan estimasi yang lebih fleksibel [13]. Pendekatan Bayesian ARFIMA diterapkan untuk mengatasi keterbatasan ukuran sampel (*small sample size*). Estimasi parameter dalam pendekatan Bayesian dilakukan dengan metode *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC). Metode *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC) merupakan pendekatan secara numerik yang dilakukan untuk memperoleh distribusi posterior dari parameter yang tidak diketahui, terutama untuk distribusi yang bersifat kompleks [14].

Beberapa penelitian sebelumnya telah mengeksplorasi penerapan pendekatan Bayesian dalam model deret waktu. Sebagai contoh, beberapa penelitian menunjukkan bahwa pendekatan Bayesian pada model *Autoregressive* (AR) dengan algoritma *Gibbs sampling Monte Carlo* memberikan hasil yang lebih akurat [15], Model Volatilitas Return Index Saham Syariah Indonesia Melalui Pendekatan Bayesian Markov Switching GARCH[1]. Selain itu, penelitian lain mengembangkan pendekatan Bayesian untuk pendugaan parameter model *Moving Average* (MA) [16], serta menerapkan pendekatan Bayesian pada model *Autoregressive Fractionally Moving Average* (ARFIMA) untuk memodelkan data *time series* dengan sifat *long memory* [17].

http://dx.doi.org/10.30983/9403

Vol. 5 No. 1, Januari-Juni 2025 pp. 01-13

Pendekatan Bayesian juga terbukti memberikan ketepatan peramalan yang lebih tinggi dalam mengestimasi *return* harga logam mulia dibandingkan dengan model klasik [18]. Selain itu, model berbasis Bayesian sangat berguna dalam mengelola ketidakpastian parameter dan memodelkan data keuangan dengan struktur dependensi yang kompleks [19], [20].

Berdasarkan tinjauan tersebut, penelitian ini mengusulkan penggunaan pendekatan inferensi Bayesian ARFIMA untuk memodelkan *return* harga emas. Dengan menggunakan model ini, diharapkan dapat diperoleh informasi yang lebih akurat mengenai dinamika harga emas dan karakteristik volatilitas jangka panjangnya. Pendekatan ini diharapkan dapat memberikan kontribusi signifikan dalam pengambilan keputusan investasi serta manajemen risiko terkait aset emas, sehingga dapat membantu investor merencanakan strategi investasi yang lebih optimal di pasar emas.

2. Metode Penelitian

2.1 Jenis Penelitian

Penelitian ini termasuk dalam kategori penelitian kuantitatif karena berfokus pada analisis data numerik dengan menggunakan pendekatan statistik dan matematis. Tujuan utama dari penelitian ini adalah untuk mengidentifikasi dan menganalisis karakteristik memori jangka panjang (*long memory*) serta volatilitas dari harga emas dalam bentuk deret waktu (*time series*), melalui penerapan model inferensi Bayesian ARFIMA (*Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average*) yang memungkinkan estimasi parameter secara lebih fleksibel dan akurat, terutama dalam menangani data deret waktu yang kompleks.

2.2 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilakukan di Laboratorium Matematika Universitas Andalas sebagai pusat pelaksanaan analisis data dan pemodelan statistik. Seluruh tahapan penelitian, mulai dari tahap perancangan metode, pengolahan data, hingga interpretasi hasil dilakukan dalam rentang waktu sekitar enam bulan.

2.3 Target dan Sasaran Penelitian

Target dari penelitian ini adalah data harga emas yang merupakan salah satu aset keuangan strategis dan sering digunakan sebagai tolak ukur dalam menilai kestabilan dan perkembangan kondisi ekonomi. Adapun sasaran dari penelitian ini adalah untuk membangun model yang mampu mengidentifikasi karakteristik memori jangka panjang dan dinamika volatilitas harga emas melalui pendekatan inferensi Bayesian pada model ARFIMA, sehingga dapat memberikan hasil estimasi parameter yang lebih akurat dan informatif.

2.4 Prosedur Penelitian

Prosedur penelitian ini dilakukan dengan tahapan sebagai berikut:

1. Pemilihan dan Deskripsi Data

Penelitian ini menggunakan data sekunder yaitu harga emas bulanan dari Januari 2014 hingga Desember 2024, dengan total sebanyak 132 data. Data tersebut diperoleh melalui situs web *investing.com* dan diolah menggunakan perangkat lunak statistik berupa RStudio.

2. Data *Return*

Data *return* merupakan hasil transformasi dari data harga menjadi bentuk perubahan relatif dari waktu ke waktu, yang bertujuan untuk mengukur pertumbuhan atau penurunan nilai suatu aset. Dalam analisis deret waktu (*time series*), data harga emas dikonversi menjadi

http://dx.doi.org/10.30983/9403

data *return* agar data bersifat stasioner dan merepresentasikan perubahan relatif dari satu periode ke periode berikutnya. Perhitungan data *return* dilakukan berdasarkan harga bulanan emas dengan menggunakan transformasi logaritma dan proses *differencing* (pembedaan). Transformasi ini dilakukan untuk menstabilkan varians dan mengurangi tren pada data. Rumus perhitungan *return* yang digunakan adalah sebagai berikut:

$$r_t = \text{In}\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) \quad (1)$$

dimana:

r_t : *return* pada periode ke-t,

P_t : harga emas pada periode ke-t,

P_{t-1} : harga emas pada periode sebelumnya.

3. Uji Stasioneritas

Uji stasioneritas dilakukan untuk melihat data memiliki karakteristik statistik yang konstan sepanjang waktu atau tidak, seperti rata-rata (*mean*) dan varians yang tidak berubah. Sifat stasioner sangat penting dalam analisis deret waktu (*time series*), terutama sebelum melakukan pemodelan, karena model ARFIMA mengasumsikan bahwa data yang digunakan telah stasioner. Jika hasil pengujian menunjukkan bahwa data bersifat tidak stasioner, maka akan dilakukan transformasi, seperti proses *differencing* (pembedaan), agar data memenuhi syarat stasioneritas dan dapat dianalisis lebih lanjut secara valid.

4. Uji *Long Memory*

Uji *long memory* dilakukan untuk mengidentifikasi adanya pola ketergantungan jangka panjang dalam data deret waktu (*time series*). Ketergantungan jangka panjang (*long memory*) ditandai dengan nilai autokorelasi yang menurun secara perlahan seiring bertambahnya lag serta pola volatilitas yang bertahan dalam jangka panjang.

5. Estimasi Parameter d

Estimasi parameter d dilakukan dengan menggunakan metode *Geweke and Porter-Hudak* (GPH). Metode ini merupakan salah satu pendekatan semiparametrik yang banyak digunakan untuk mengestimasi parameter memori jangka panjang dalam deret waktu.

6. Identifikasi model ARFIMA

Identifikasi model *Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average* (ARFIMA) diperoleh dengan menganalisis plot *Autocorrelation Function* (ACF) dan *Partial Autocorrelation Function* (PACF), dimana plot ACF menunjukkan orde MA (q) dan plot PACF menunjukkan orde AR (p).

7. Uji Diagnostik

Uji diagnostik dilakukan untuk memastikan model ARFIMA yang telah diperoleh sudah memenuhi asumsi-asumsi dasar yang diperlukan dalam analisis deret waktu (*time series*). Uji diagnostik yang dilakukan diantaranya yaitu, uji heteroskedastisitas, uji autokorelasi, dan uji normalitas.

a. Uji Heteroskedastisitas

Uji heteroskedastisitas bertujuan untuk mengetahui bahwa varians dari residual bersifat konstan (homoskedastis) atau tidak (heteroskedastis) dari waktu ke waktu. Jika residual tidak memiliki pola tertentu dan menyebar secara acak, maka model dianggap memenuhi asumsi homoskedastisitas.

b. Uji Autokorelasi

Uji autokorelasi dilakukan untuk mengidentifikasi adanya hubungan antar residual pada periode waktu yang berbeda. Jika residual tersebar secara acak dan tidak menunjukkan pola keterkaitan dengan nilai residual sebelumnya, maka dapat dikatakan bahwa residual tidak saling berkorelasi. Sehingga, model memenuhi asumsi tidak adanya autokorelasi.

http://dx.doi.org/10.30983/9403

Vol. 5 No. 1, Januari-Juni 2025 pp. 01-13

c. Uji Normalitas

Uji normalitas dilakukan untuk mengetahui bahwa distribusi residual mendekati distribusi normal. Jika pola penyebaran residual mendekati distribusi normal, maka model dapat dikatakan memenuhi asumsi normalitas.

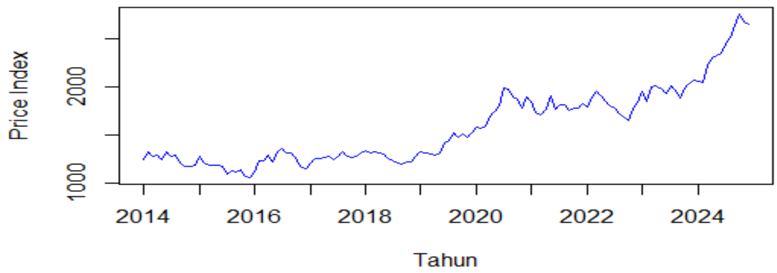
8. Identifikasi model inferensi Bayesian ARFIMA

Proses identifikasi model inferensi Bayesian ARFIMA dimulai dengan tahap estimasi parameter model menggunakan pendekatan Bayesian. Estimasi ini dilakukan dengan memilih distribusi prior yang sesuai untuk masing-masing parameter dalam model ARFIMA. Selanjutnya, teknik komputasi berbasis simulasi seperti *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC) digunakan untuk memperoleh distribusi posterior dari parameter-parameter tersebut secara akurat. Melalui proses iterasi yang memadai, distribusi posterior memungkinkan peneliti untuk mengestimasi nilai parameter secara lebih bagus dengan mempertimbangkan ketidakpastian yang ada. Setelah parameter berhasil diestimasi, langkah selanjutnya adalah mengevaluasi kelayakan model dengan menghitung nilai kriteria pemilihan model, yaitu *Akaike Information Criterion* (AIC) dan *Bayesian Information Criterion* (BIC).

3. Hasil dan Pembahasan

3.1 Deskripsi Data

Penelitian ini menggunakan data harga emas bulanan dari periode Januari 2014 hingga Desember 2024, sehingga jumlah data yang dianalisis sebanyak 132 data. Data tersebut selanjutnya dianalisis pola datanya untuk mengamati kestasioneran dengan cara membuat plot data deret waktu (*time series*). Plot data harga emas dapat dilihat pada Gambar 1. berikut ini.



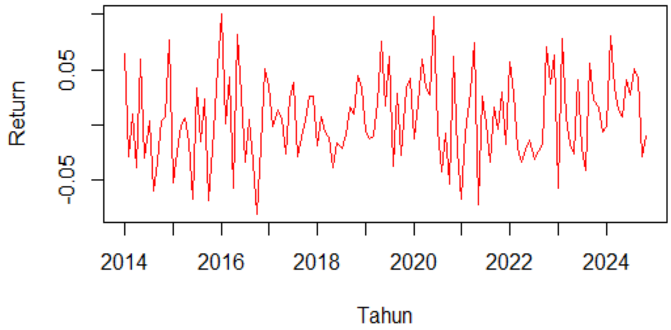
Gambar 1. Plot data bulanan indeks harga emas

Berdasarkan Gambar 1. terlihat bahwa pergerakan harga emas mengalami pola fluktuatif yang tidak konsisten sepanjang waktu, dengan kecenderungan tren naik dan turun pada periode tertentu serta variasi amplitudo yang semakin membesar di beberapa waktu. Pola tersebut menunjukkan bahwa data harga emas bulanan belum memenuhi asumsi kestasioneran, baik dalam rata-rata (*mean*) maupun varians. Sehingga diperlukan proses transformasi lebih lanjut, yaitu dengan mengubah data ke dalam bentuk data *return* sebelum dilakukan proses pemodelan.

3.2 Data *Return*

Data *return* yang dihitung berdasarkan persamaan (1) menghasilkan nilai yang sama dengan data *return* yang diperoleh melalui proses *differencing* (pembedaan) pada data hasil transformasi logaritma data bulanan harga emas. Sehingga data dapat dikatakan sudah stasioner. Berikut ini adalah plot *time series* dari data *return* harga emas.

http://dx.doi.org/10.30983/9403

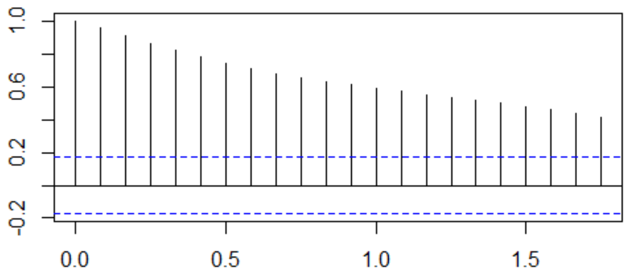


Gambar 2. Plot *time series* data *return* harga emas

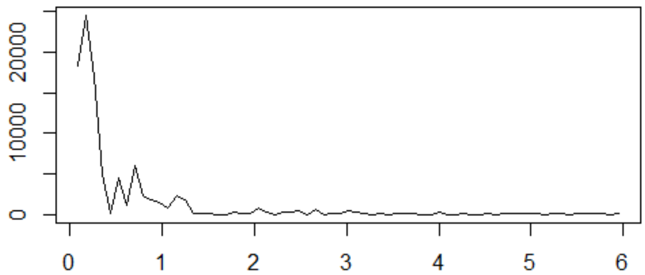
Berdasarkan Gambar 2. dapat dilihat bahwa grafik dari data *return* harga emas berfluktuasi disekitar nilai rata-rata yang mendekati nol. Tingkat volatilitas tertinggi terjadi pada tahun 2016. Pola fluktuasi yang tinggi menunjukkan bahwa ragam kesalahan (*error variance*) pada data bersifat tidak konstan. Volatilitas yang tinggi berada pada nilai *return* positif maupun negatif serta fluktuasi yang lebih tinggi cenderung membentuk kelompok (*clustering*), yang dipisahkan oleh periode dengan fluktuasi yang lebih rendah. Dengan demikian, Gambar 2. menunjukkan adanya pengelompokkan volatilitas (*volatility clustering*), yaitu kondisi dimana *return* besar (baik positif maupun negatif) cenderung diikuti oleh *return* besar lainnya. Selanjutnya, berdasarkan hasil uji ADF untuk data *return* harga emas diperoleh nilai $p - value < \alpha$, sehingga dapat disimpulkan bahwa data tersebut bersifat stasioner.

3.3 Uji *Long Memory*

Uji *long memory* dilakukan untuk mengidentifikasi data yang akan dimodelkan memiliki karakteristik ketergantungan jangka panjang (*long memory*). Identifikasi ini dilakukan dengan melihat plot *Autocorrelation Function* (ACF), plot periodogram, dan uji Hurst. Plot ACF dan periodogram ditunjukkan pada Gambar 3. dan Gambar 4. berikut ini.



Gambar 3. Plot A*utocorrelation Function* (ACF) sebelum *differencing*



Gambar 4. Plot periodogram

Dari Gambar 3. dan Gambar 4. dapat dilihat bahwa plot ACF sebelum *differencing* menunjukkan autokorelasi yang turun secara lambat menuju angka 0, sehingga membentuk pola

http://dx.doi.org/10.30983/9403

Vol. 5 No. 1, Januari-Juni 2025 pp. 01-13

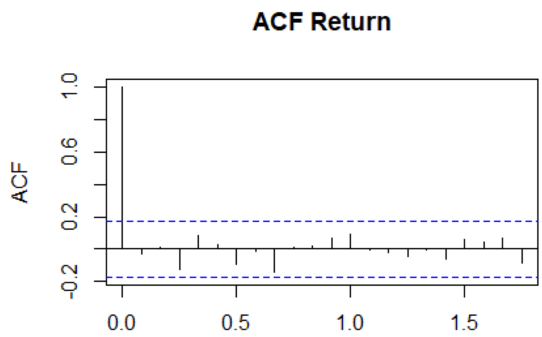
hiperbolik dan pada plot periodogram menunjukkan frekuensi yang semakin mendekati nol meningkat menuju nilai yang sangat besar tetapi berhingga. Kemudian, dari hasil uji Hurst diperoleh nilai statistik Hurst sebesar 0.8289989, yang berarti berada direntang $0.5 < H < 1$. Sehingga, dari hasil plot ACF, plot periodogram, dan uji Hurst dapat disimpulkan bahwa data memiliki ketergantungan jangka panjang (*long memory*).

3.4 Estimasi Parameter *d*

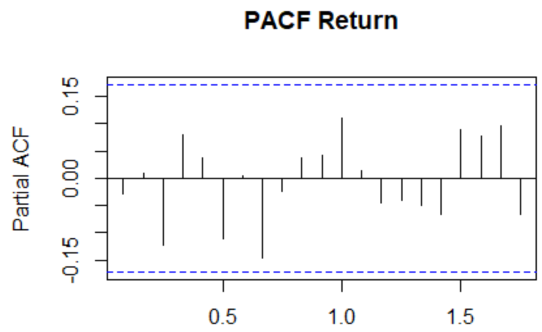
Estimasi parameter *d* (*differencing*) dihitung menggunakan model *Geweke* & *Porter-Hudak* (GPH). Hasil perhitungan menggunakan *software* R Studio diperoleh nilai estimasi parameter *d* sebesar 0.01536385. Dengan demikian, nilai estimasi parameter *d* berada pada interval $0 < d < 0.5$, yang menunjukkan adanya ketergantungan jangka panjang yang bersifat positif antar pengamatan yang terpisah jauh (*long-range dependence*).

3.5 Identifikasi Model ARFIMA

Identifikasi model ARFIMA ditentukan berdasarkan plot *Autocorelation Function* (ACF) dan *Partial Autocorrelation Function* (PACF). Parameter model AR(*p*) dapat diduga melalui grafik PACF, sedangkan parameter model MA (*q*) diperoleh melalui grafik ACF. Penyajian plot ACF dan PACF dapat dilihat pada Gambar 5. sebagai berikut.



Gambar 5. Plot ACF data *return* harga emas



Gambar 6. Plot PACF data *return* harga emas

Berdasarkan Gambar 5. dan Gambar 6. menunjukkan bahwa model-model dugaan sementara dapat dibentuk dengan mengamati plot *Autocorrelation Function* (ACF) dan *Partial Autocorrelation Function* (PACF) dari data *return* harga emas. Pada plot ACF, terlihat pola menurun secara perlahan dan signifikan pada beberapa lag awal, yang menunjukkan adanya ketergantungan jangka panjang (*long memory*) dalam data. Kemudian, plot PACF tidak memperlihatkan nilai signifikan pada lag ke-1 maupun lag-lag berikutnya, sehingga dapat disimpulkan bahwa tidak terdapat komponen *Autoregressive* (AR) yang dominan dalam proses

http://dx.doi.org/10.30983/9403

tersebut. Sebaliknya, plot ACF memperlihatkan nilai signifikan pada lag ke-1, dan nilai-nilai berikutnya secara bertahap mengecil. Pola ini sesuai dengan karakteristik dari komponen *Moving Average* (MA), khususnya MA orde 1. Sehingga, model dugaan sementara yang sesuai adalah ARFIMA(0, *d*, 1).

Setelah identifikasi model ARFIMA, langkah selanjutnya adalah estimasi model ARFIMA(0, *d*, 1). Estimasi dari model ARFIMA(0, *d*, 1) ditunjukkan pada Tabel 1. berikut:

Tabel 1. Estimasi parameter model ARFIMA(0, *d*, 1)

Parameter	**Estimasi**	***Std. Error***
MA (1)	-0.0289	0.0879
Mean	0.0058	0.0033

Berdasarkan hasil estimasi pada Tabel 1., maka model ARFIMA dapat ditulis dalam bentuk persamaan sebagai berikut:

$$Y_t = (1 - B)^{-0.01536385} [0.0058 + (1 + 0.0289B)\epsilon_t] \quad (2)$$

3.6 Uji Diagnostik

Uji diagnostik dilakukan untuk memastikan bahwa residual dari model ARFIMA(0,*d*,1) telah memenuhi asumsi-asumsi dasar dalam pemodelan deret waktu (*time series*), yang diantaranya yaitu memiliki efek heteroskedastisitas, tidak menunjukkan adanya autokorelasi, dan distribusi residual yang mendekati normal. Hasil uji tersebut dapat dilihat sebagai berikut.

1. Uji Heteroskedastisitas

Uji Heteroskedastisitas dilakukan dengan uji ARCH-LM *Test* (*Autoregressive Conditional Heteroskedasticity Test*) untuk melihat varian residual dari model ARFIMA(0,*d*,1) memiliki efek heteroskedastisitas atau tidak. Hasil uji diperoleh nilai $p - value$ sebesar 0.5423, dimana $p - value \geq \alpha$. Sehingga, dapat disimpulkan bahwa model ARFIMA(0,*d*,1) memiliki efek heteroskedastisitas.

2. Uji Autokorelasi

Uji autokorelasi dilakukan dengan uji *Ljung-Box*. Uji ini bertujuan untuk mengetahui bahwa residu model saling berkorelasi atau tidak. Jika residu model memiliki korelasi antara satu sama lain, maka model yang terbentuk menjadi model yang tidak baik sehingga haruslah residu model tidak saling berkorelasi. Berdasarkan hasil uji *Ljung-Box* diperoleh nilai $p - value$ sebesar 0.9223 lebih besar dari α. Dengan demikian, model ARFIMA(0,*d,*1) tidak menunjukkan adanya autokorelasi pada residunya.

3. Uji Normalitas

Uji normalitas pada penelitian ini dilakukan dengan uji *Jarque-Bera*. Kriteria yang digunakan yaitu jika nilai $p - value \geq \alpha$, maka residual dianggap berdistribusi normal. Hasil uji pada model ARFIMA(0,*d*,1) menunjukkan nilai $p - value$ sebesar 0.4382197. Karena nilai $p - value$ lebih besar dari α, maka dapat disimpulkan bahwa residual dari model ARFIMA(0,*d*,1) memenuhi asumsi uji normalitas.

3.7 Identifikasi Model Inferensi Bayesian ARFIMA

Model inferensi Bayesian ARFIMA merupakan pengembangan dari model ARFIMA yang parameternya diestimasi menggunakan pendekatan Bayesian. Estimasi parameter dilakukan dengan algoritma *No-U-Turn Sampler* (NUTS), bagian dari metode *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC). Algoritma NUTS dipilih karena kemampuannya dalam menangani model statistik yang kompleks secara efisien, mengurangi autokorelasi antar iterasi, serta menghasilkan sampel yang representatif dari distribusi posterior parameter.

http://dx.doi.org/10.30983/9403

Vol. 5 No. 1, Januari-Juni 2025 pp. 01-13

Sebelum proses estimasi, tentukan terlebih dahulu distribusi prior untuk masing-masing parameter. Parameter μ dan ϕ, yang nilainya berada pada domain bilangan real, diasumsikan mengikuti distribusi Normal dengan *mean* nol dan varians tertentu. Sedangkan parameter σ, yang merepresentasikan standar deviasi dari residual dan hanya bernilai positif, diasumsikan mengikuti distribusi prior Half-Cauchy. Pemilihan prior bersifat *weakly informative*, artinya memberikan informasi awal tanpa mendominasi hasil estimasi parameter.

Prior Normal untuk parameter $\mu(\mu \sim N(0{,}5))$ mencerminkan asumsi bahwa rata-rata *return* berada di sekitar nol dengan variabilitas yang cukup luas. Prior Half-Cauchy pada parameter $\sigma(\sigma \sim Half - Cauchy(0{,}2))$ dipilih karena mampu menangani nilai ekstrem dan membantu stabilisasi estimasi varians. Sementara itu, prior Normal pada parameter $\phi(\phi \sim N(0{,}0.5))$ digunakan untuk mencerminkan batasan stasioneritas, yakni nilai ϕ berada dalam rentang (-1, 1). Secara matematis, distribusi Normal dipilih karena bersifat simetris dan efisien secara komputasi, distribusi Half-Cauchy memberikan regularisasi yang baik untuk parameter skala, serta pembatasan pada ϕ menjamin kestabilan model inferensi Bayesian ARFIMA.

Selanjutnya, proses iterasi dilakukan sebanyak 10.000 kali untuk memperoleh hasil estimasi parameter yang stabil dan mendekati nilai sebenarnya berdasarkan distribusi posteriornya. Selama proses ini, dihasilkan distribusi posterior dari masing-masing parameter model, yang kemudian diringkas dalam bentuk nilai tengah (*mean*), standar deviasi, interval kepercayaan 95% (2.5% – 97.5%), nilai efisiensi sampel (*n-eff*), dan statistik konvergensi (*Rhat*). Hasil estimasi parameter dari model inferensi Bayesian ARFIMA ditampilkan pada Tabel 2. berikut:

Tabel 2. Estimasi parameter model Bayesian ARFIMA

Parameter	*Mean*	Standar Deviasi	2.5%	97.5%	*n-eff*	*Rhat*
μ	0.005414262	0.003488583	-0.001487406	0.01216471	4093.095	1.0006054
σ	0.039071373	0.002463753	0.034563730	0.04432642	3752.201	1.0003910
ϕ	-0.020799371	0.088497097	-0.192213395	0.15241468	4061.517	0.9994941

Dari Tabel 2. dapat dilihat bahwa nilai *Rhat* untuk seluruh parameter mendekati 1, yang menunjukkan bahwa proses sampling telah mencapai konvergensi dengan baik dan stabil selama iterasi. Nilai *n_eff* yang tinggi untuk semua parameter menunjukkan bahwa jumlah sampel efektif memadai untuk merepresentasikan distribusi posterior secara akurat.

Secara umum, nilai rata-rata μ sebesar 0.005414262 menunjukkan bahwa *return* bulanan harga emas dalam periode pengamatan cenderung bernilai positif. Nilai σ sebesar 0.039071373 menunjukkan tingkat volatilitas atau fluktuasi harga emas yang tergolong normal. Sementara itu, nilai ϕ sebesar -0.020799371 mengindikasikan adanya efek negatif yang sangat lemah dari *return* periode sebelumnya terhadap *return* saat ini, dengan interval kepercayaan 95% antara -0.192213395 hingga 0.15241468, sehingga efek ini tidak signifikan secara statistik. Hasil ini menunjukkan adanya pola memori jangka panjang (*long memory*) dalam data *return* harga emas, sehingga pemilihan model inferensi Bayesian ARFIMA tepat untuk digunakan dalam analisis ini.

Berdasarkan Tabel 2., model inferensi Bayesian ARFIMA dapat ditulis dalam bentuk persamaan sebagai berikut:

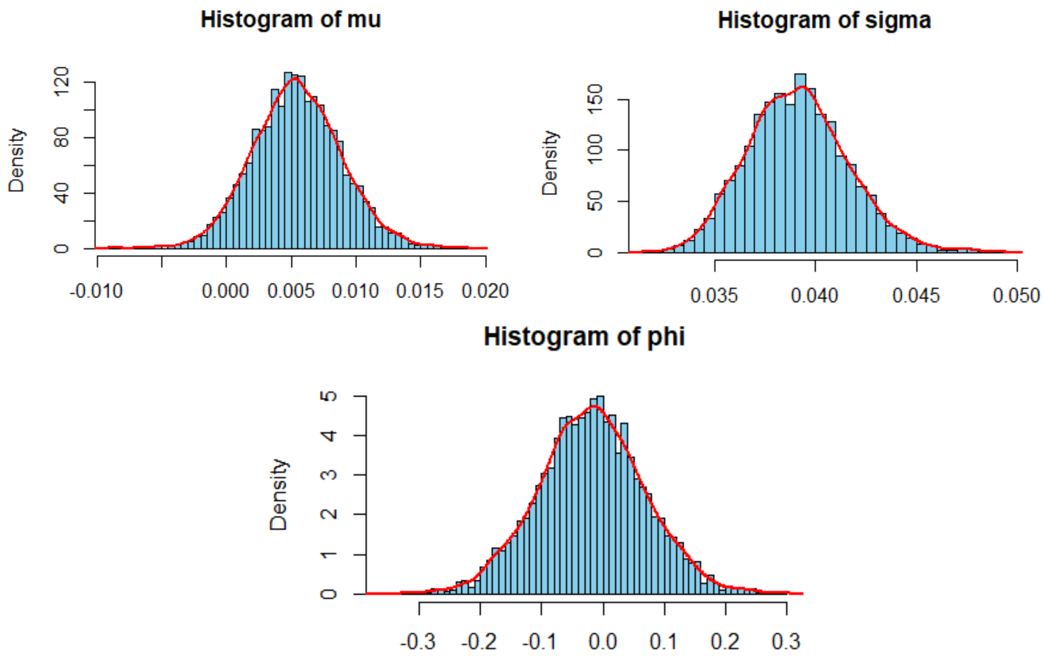
$$Y_t = (1 - B)^{-0.01536385}\left[0.005414262 + \epsilon_t - 0.020799371\epsilon_{t-1}\right] \tag{3}$$

dengan residual ϵ_t mengikuti distribusi normal:

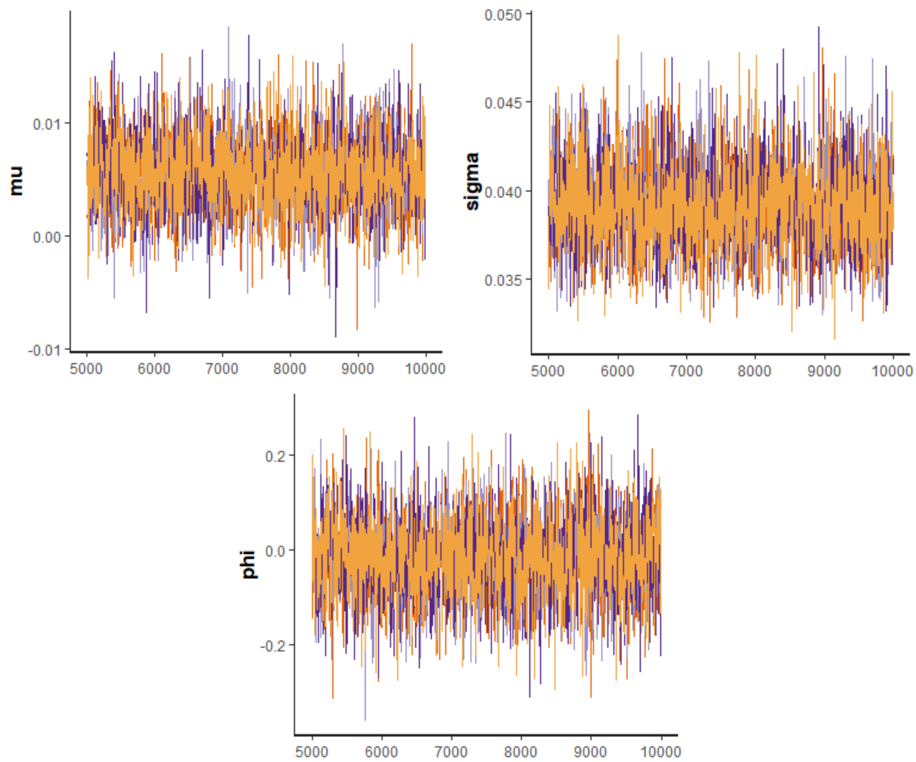
$$\epsilon_t \sim N(0, \sigma^2), \quad \text{dengan } \sigma = 0.039071373 \tag{4}$$

http://dx.doi.org/10.30983/9403

Untuk memastikan bahwa model inferensi Bayesian ARFIMA diestimasi dengan baik dan konvergen, analisis diagnostik melalui visualisasi hasil sampling, yang mencakup histogram posterior, *trace* plot, dan plot *Autocorrelation Function* (ACF) dari setiap parameter. Ketiga plot tersebut memberikan gambaran mengenai distribusi posterior, stabilitas rantai Markov, serta keberadaan autokorelasi pada proses sampling, sehingga dapat dijadikan indikator keberhasilan proses inferensi Bayesian. Visualisasi hasil tersebut ditampilkan pada gambar-gambar berikut.

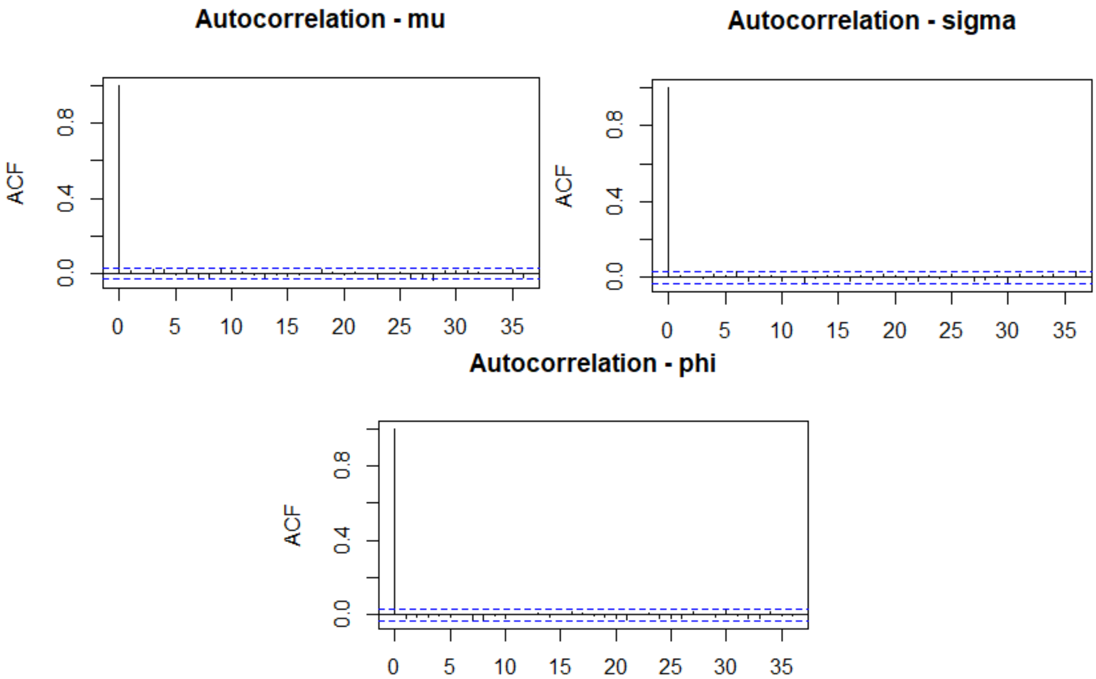


Gambar 7. Plot histogram hasil MCMC



Gambar 8. *Trace* plot hasil MCMC

http://dx.doi.org/10.30983/9403



Gambar 9. Plot ACF hasil MCMC

Berdasarkan Gambar 7. dapat dilihat bahwa plot histogram terdistribusi hasil simulasi secara simetris dan terpusat di sekitar nol. Hal ini menunjukkan bahwa estimasi parameter dengan pendekatan inferensi Bayesian ARFIMA bersifat stabil dan tidak menunjukkan adanya *skewness* yang mencolok. Distribusi posterior yang menyerupai distribusi normal menunjukkan bahwa hasil estimasi dari parameter model tersebut tersebar secara merata dan tidak bias secara signifikan.

Selanjutnya pada Gambar 8. menunjukkan *trace* plot dari hasil *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC) berfluktuasi secara acak di sekitar nilai rata-rata dan tidak ada tren yang jelas pada plot tersebut. Sehingga model inferensi Bayesian ARFIMA dapat dikatakan telah mencapai konvergensi dan estimasi distribusi posterior sudah stabil. Pada Gambar 9. menampilkan plot *Autocorrelation Function* (ACF) dari residual model. Pada plot ini terlihat bahwa sebagian besar lag tidak menunjukkan nilai autokorelasi yang signifikan secara statistik. Tidak adanya autokorelasi yang signifikan menunjukkan bahwa model tidak mengalami *underfitting* dan *error* atau noise yang tersisa bersifat acak (*white noise*).

Dari ketiga plot di atas, yaitu plot histogram, *trace* plot, dan plot ACF menunjukkan bahwa plot tersebut memberikan hasil yang bagus untuk model inferensi Bayesian ARFIMA. Dengan demikian, model yang dibangun tidak hanya layak secara statistik, tetapi juga dapat diandalkan untuk keperluan peramalan dan analisis risiko dalam konteks pergerakan harga emas.

Berdasarkan hasil evaluasi visual terhadap ketiga plot diagnostik, dapat disimpulkan bahwa model memiliki karakteristik residual yang cukup baik. Selanjutnya, analisis kuantitatif dilakukan dengan menggunakan *Akaike Information Criterion* (AIC) dan *Bayesian Information Criterion* (BIC) untuk mengidentifikasi model dengan kinerja terbaik, sebagaimana ditunjukkan pada Tabel 3.

Tabel 3. Hasil perhitungan nilai AIC dan BIC

Model	AIC	BIC
ARFIMA	-474.7184	-468.968
Bayesian ARFIMA	-475.2392	-469.6136

http://dx.doi.org/10.30983/9403

Berdasarkan nilai AIC dan BIC pada Tabel 3., model inferensi Bayesian menunjukkan kecocokan yang lebih baik dibandingkan model ARFIMA dalam menganalisis data *return* harga emas. Perbedaan nilai *error* kedua model relatif kecil, namun model inferensi Bayesian mampu menangkap pola *long memory* dengan lebih stabil dan memberikan estimasi parameter yang efisien. Pendekatan ini juga memungkinkan analisis ketidakpastian parameter secara eksplisit, yang sangat berguna dalam pengambilan keputusan investasi dan prediksi risiko pada data harga emas yang fluktuatif dan dipengaruhi faktor eksternal jangka panjang. Meskipun selisih nilai AIC dan BIC tidak terlalu besar, model inferensi Bayesian menawarkan fleksibilitas dalam penentuan prior dan pengambilan keputusan berbasis distribusi posterior, yang tidak tersedia dalam model ARFIMA.

4. Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan, dapat disimpulkan bahwa model inferensi Bayesian ARFIMA terbukti efektif untuk menganalisis data *return* harga emas yang memiliki karakteristik memori jangka panjang (*long memory*). Berdasarkan nilai AIC dan BIC, model ini menunjukkan kecocokan yang lebih baik dibandingkan model ARFIMA, serta menghasilkan estimasi parameter yang stabil berdasarkan evaluasi konvergensi. Pendekatan Bayesian memiliki keunggulan dalam mengakomodasi ketidakpastian parameter secara eksplisit dan memberikan fleksibilitas dalam proses estimasi sangat relevan untuk data harga emas yang fluktuatif dan dipengaruhi faktor eksternal jangka panjang. Hasil ini mendukung penerapan model sebagai pendekatan yang terpercaya dalam pengambilan keputusan investasi dan strategi manajemen risiko. Untuk penelitian selanjutnya, disarankan menggunakan data dengan frekuensi lebih tinggi, seperti mingguan atau harian, agar pola volatilitas dapat dianalisis lebih rinci. Hasil penelitian ini juga dapat menjadi masukan bagi investor dalam merancang strategi investasi jangka panjang terhadap dinamika harga emas.

Daftar Pustaka

[1] Arif, E., Devianto, D., & Yollanda, M. (2022). Analysis of precious metal price movements using long memory model and fuzzy time series Markov chain. *International Journal of Energy Economics and Policy*, 12(6), 202–214. https://doi.org/10.32479/ijeep.13531.

[2] Ermanely, E., Devianto, D., & Yanuar, F. (2023). Model volatilitas saham LQ45 dengan pendekatan Markov-Switching GARCH. *Jurnal Lebesgue: Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika, Matematika dan Statistika*, 4(2). https://doi.org/10.46306/lb.v4i2.402.

[3] Firdaus, R. G. (2020). Pengaruh risiko, return, dan perekonomian Indonesia terhadap keputusan berinvestasi saat COVID-19. *Jurnal Pasar Modal dan Bisnis*, 2(2), 118.

[4] Mayhisya, E. R. (2023). *Bahan ajar manajemen keuangan lanjutan* (hlm. 104). Malang: CV Literasi Nusantara Abadi.

[5] Nurfitri Imro'ah, E. D. K. (2020). Peramalan volatilitas saham menggunakan model Threshold Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity. *Bimaster: Buletin Ilmiah Matematika, Statistika dan Terapannya, 9*(1). https://doi.org/10.26418/bbimst.v9i1.38588.

[6] Hachicha, N., Ghorbel, A., Feki, M. C., Tahi, S., & Dammak, F. A. (2022). Hedging Dow Jones Islamic and conventional emerging market indices with CDS, oil, gold and the VSTOXX: A comparison between DCC, ADCC and GO-GARCH models. *Borsa Istanbul Review*, 22(2). https://doi.org/10.1016/j.bir.2021.04.002.

[7] L. Liu, Q. Geng, Y. Zhang, and Y. Wang, "Investors' perspective on forecasting crude oil return volatility: Where do we stand today?," *Journal of Management Science and Engineering*, vol. 7, no. 3. 2022. doi: 10.1016/j.jmse.2021.11.001.

http://dx.doi.org/10.30983/9403

[8] Arif, E., Herlinawati, E., Devianto, D., Yollanda, M., & Permana, D. (2024). Hybridization of long short-term memory neural network in fractional time series modeling of inflation. *Frontiers in Big Data*, 6, 1282541. https://doi.org/10.3389/fdata.2024.1282541.

[9] Kartikasari, P., Yasin, H., & Maruddani, D. A. I. (2021). Autoregressive fractional integrated moving average (ARFIMA) model to predict COVID-19 pandemic cases in Indonesia. *Media Statistika*, 14(1), 44–55. https://doi.org/10.14710/medstat.14.1.44-55.

[10] Devianto, D., Ramadani, K., Maiyastri, Asdi, Y., & Yollanda, M. (2022). The hybrid model of autoregressive integrated moving average and fuzzy time series Markov chain on long-memory data. *Frontiers in Applied Mathematics and Statistics*, 8, 1045241. https://doi.org/10.3389/fams.2022. 1045241.

[11] Devianto, D., Wahyuni, E., Maiyastri, M., & Yollanda, M. (2024). The seasonal model of chili price movement with the effect of long memory and exogenous variables for improving time series model accuracy. *Frontiers in Applied Mathematics and Statistics*, 10, 1408381. https://doi.org/10.3389/fams. 2024. 1408381.

[12] Devianto, D., Ramadani, K., Juwita, D., Almuhayar, M., & Bahari, A. (2025). The long short-term memory model as the neural networks approach in modeling water supply structural production. *Communications in Mathematical Biology and Neuroscience*, 2025, Article-ID.

[13] Devianto, D., Yollanda, M., Maryati, S., Maiyastri, Asdi, Y., & Wahyuni, E. (2023). *The Bayesian vector autoregressive model as an analysis of the government expenditure shocks while the COVID-19 pandemic to macroeconomic factors*. Journal of Open Innovation: Technology, Market, and Complexity, 9(4). https://doi.org/10.1016/j.joitmc.2023.100156.

[14] Devianto, D., Afifah, A. N., & Febrianti, I. K. (2021). The Bayesian model of COVID-19 case fatality rate proportion on provinces in Indonesia. IOP Conference Series: Earth and Environmental Science, 708(1), 012057. https://doi.org/10.1088/1755-1315/708/1/012057.

[15] Ghouli, D., & Ourbih-Tari, M. (2023). Bayesian autoregressive adaptive refined descriptive sampling algorithm in the Monte Carlo simulation. *Statistical Theory and Related Fields*, 7(3), 177–187. https://doi.org/10.1080/24754269.2023.2180225.

[16] Albassam, M., Soliman, E. E. A., & Ali, S. S. (2022). Bayesian estimation of multivariate pure moving average processes. *IEEE Access*, 10, 14225–14235. https://doi.org/10.1109/ACCESS.2022.3146724.

[17] Miyandoab, M. F., Nasiri, P., & Mosammam, A. M. (2023). Bayesian estimation of fractional difference parameter in ARFIMA models and its application.

[18] Aslam, F., Mohti, W., & Ferreira, P. (2020). Predicting precious metals returns using Bayesian time series models. *Resources Policy*, 68, 101751. https://doi.org/10.1016/j.resourpol.2020.101751.

[19] Qian, Y., & Su, L. (2021). Bayesian long memory modeling in commodity prices: Evidence from gold and silver. *Journal of Commodity Markets*, 24, 100165. https://doi.org/10.1016/j.jcomm.2021.100165.

[20] Ardia, D., Bluteau, K., & Boudt, K. (2022). Forecasting long-memory volatility using Bayesian ARFIMA-GARCH models. *Econometrics and Statistics*, 24, 109–124. https://doi.org/10.1016/j.ecosta. 2021.10.001.

http://dx.doi.org/10.30983/9403