# PREMI ASURANSI PERAWATAN JANGKA PANJANG DENGAN MODEL MARKOV

**Tasnim Rahmat**
*Pendidikan Matematika, Fakultas Ilmu Pendidikan dan Keguruan, IAIN Bukittinggi*
*tasnim.rahmat86@gmail.com*

| Diterima: 25 September 2017 | Direvisi : 15 Desember 2017 | Diterbitkan: 28 Desember 2017 |
|---|---|---|

***Abstract***

*Long-term care is given to people who have reached a stage in life, where they depend on others people for their social, personal and medical. The Centers for Medicare and Medicaid Service (CMS) sad that about nine million men and women over the age of 65 in the US will need long-term care assistance in 2006. And it is estimated that by 2020 there are about 12 million Americans will need treatment long-term. Most insurance companies do not want to offer this product because the cost is difficult to forecast. Long-term care (LTC) can be modeled by markov model multistate. Long-term care insurance is quite difficult to determine the appropriate premiums and risk, for lack of information obtained. Moreover the duration of their lives is strongly influenced by demographic trends. Estimated transtitionon a state model use approach likelihood maximum. The framework adopted is a multistate, continuous time models, the determination of premiums and individual risk.*

***Keyword**: Long term care insurance, based premium, loss function.*

***Abstract***

Perawatan jangka panjang diberikan kepada orang-orang yang telah mencapai suatu tahap dalam hidup, di mana mereka bergantung pada orang lain untuk kebutuhan sosial, pribadi dan medis. The Centers for Medicare and Medicaid Service (CMS) mengatakan bahwa sekitar sembilan juta laki-laki dan wanita di atas usia 65 di AS akan memerlukan bantuan perawatan jangka panjang pada tahun 2006. Dan diperkirakan pada tahun 2020 ada sekitar 12 juta orang AS akan membutuhkan perawatan jangka panjang. Kebanyakan perusahaan asuransi tidak mau mengeluarkan produk ini karena biaya yang sulit untuk diramalkan. Perawatan Jangka Panjang (LTC) bisa dimodelkan dengan model markov multi status. Asuransi Perawatan jangka panjang merupakan asuransi yang cukup sulit untuk menentukan premi dan resiko yang tepat, karena kekurangan informasi yang diperoleh. Terlebih lagi durasi hidup mereka sangat dipengaruhi oleh tren demografis. Estimasi transisi pada suatu model status menggunakan pendekatan maksimum likelihood. Dan menggunakan Kolmogorov Backward Forward dalam probabilitas transisi. Kerangka yang dianut adalah multistate, model waktu kontinu, penetapan premi.

**Keywords:** Asuransi perawatan jangka panjang, premi dasar, fungsi kerugian

## I. Latar Belakang

Perawatan jangka panjang diberikan kepada orang-orang yang telah mencapai suatu tahap dalam hidup, di mana mereka bergantung pada orang lain untuk kebutuhan sosial, pribadi dan medis. Hal ini biasanya terjadi pada orang yang sangat tua, tetapi dalam kenyataannya, bisa dimulai pada setiap usia tergantung pada alasan kecacatan mereka, mungkin kecelakaan di jalan, mental atau kondisi bawaan. Bagi beberapa orang, perawatan jangka panjang mungkin diperlukan selama hidup mereka, tetapi untuk orang lain, itu diperlukan dalam waktu dekat menjelang kematian.

Namun usia bukanlah faktor penentu seseorang membutuhkan perawatan jangka panjang. Sekitar 60% individu di atas usia 65 membutuhkan beberapa jenis perawatan jangka panjang. Tapi ada sekitar 40% yang lain orang yang membutuhkan perawatan jangka panjang berusia 18 – 64 tahun. Jadi perawatan jangka panjang diperlukan oleh orang-orang dari segala usia.

Perawatan jangka panjang menurut American institute medicine adalah berbagai macam pelayanan kesehatan dan pelayanan social yang disediakan bagi individu yang membutuhkan bantuan secara terus menerus karena kecacatan fisik maupun cacat mental.[1]

Biaya yang dikeluarkan untuk perawatan jangka panjang boleh dikatakan cukup besar, karena tidak hanya untuk pelayanan saja tapi juga membutuhkan obat-obatan dan kebutuhan medis lainnya. Jadi cukup sulit untuk memperkirakan jumlahnya. Namun tidak hanya itu terdapat beberapa jenis resiko lain seperti resiko panjang umur dan demografi. Karena ketidakpastian dalam memperkirakan tingkat morbiditas dan mortalitas, ini merupakan kesulitan yang cukup besar untuk menentukan harga dan cadangan premi. Selain data-data yang sangat sedikit.

Pendekatan yang umum dilakukan memaparkan perlindungan perawatan jangka panjang adalah dengan pemodelan multi status. Yaitu seseorang yang sehat pada waktu sekarang bisa berpindah ke status perawatan jangka panjang ataupun ke status meninggal. Untuk berpindahnya seseorang dari suatu status ke status yang lain, harus diketahui besarnya peluang transisinya. Haberman memberikan penyelesaian menggunakan asumsi markov dalam model multi status. Dalam hal ini diasumsikan bahwa masing-masing status selalu terdapat suatu intensitas transisi. Oleh karena itu pendekatan ini disebut *transition intensity approach (TIA)*. [2]

Intensitas transisi belum diketahui nilai eksaknya, oleh karena itu perlu di estimasi. Yang digunakan penulis untuk mengestimasi intensitas transisi adalah dengan menggunakan pendekatan likelihood. Estimasi ini digunakan untuk menghitung probabilitas transisi yang memakai persamaan differensial kolmogorof backward dan forward. Hasil dari probabilitas ini nantinya akan digunakan untuk menentukan fungsi kerugian *(loss function)*. Selanjutnya nilai harapan dari fungsi kerugian inilah yang akan dipakai untuk menentukan harga premi dan

[1] Olivieri, A, and Pitacco, E. 2001. Facing LTC Risks, Proceedings of the 32nd International ASTIN Colloquium, Washington.

[2] Haberman, S. and Pitacco, E., 1999. *Actuarial Models for Disability Insurance*. CRC Press LCC. Florida.

variansi dari fungsi kerugian adalah resiko individunya.

Rumusan masalah pada penelitian ini ialah bagaimana model markov multi status menentukan premi asuransi perawatan jangka panjang.

Adapun yang memembedakan artikel ini dengan yang lainnya adanya penambahan multi status pada model markov dan penggunaan data di Panti Sosial Abi Yoso

## II. DASAR TEORI

### 2.1 Rantai markov

Rantai markov adalah suatu teknik probabilitas yang menganalisa pergerakan probabilitas dari suatu status ke status lainnya, dalam hal ini status jangka waktu tertentu bergantung pada status jangka waktu sebelumnya.

Diketahui suatu proses stokastik waktu $\{X_t; t \geq 0\}$ dengan ruang status $\mathscr{S}$ terhitung. $\{X_t;\ t \geq 0\}$ disebut rantai markov waktu , jika untuk sebarang n dan setiap himpunan waktu berhingga $(0 \leq)\ t_0 < t_1 < ..., < t_{n-1} < t_n < u$ dan himpunan status $i_0, i_1, ..., i_{n-1}, i_n, j$ dalam ruang status $\mathscr{S}$ memenuhi persamaan berikut

$$\Pr\{X_u = j \big| X_{t_0} = i_0, ..., X_{t_n} = i_n\}$$
$$= \Pr\{X_u = j \mid X_{t_n} = i_n\}$$

*Peluang bersyarat* $\Pr\{X_u = j \mid X_t = i\}$ *untuk* $0 \leq t < u$ *dan* $i, j \in \mathscr{S}$ *disebut probabilitas transisi dari status i ke status j dan dinotasikan dengan*

$$P_{ij}(t,u) = \Pr\{X_u = j \big| X_t = i\}$$

Probabilitas transisi memiliki sifat-sifat sebagai berikut.

$0 \leq P_{ij}(t,u) \leq 1$, untuk semua $i$, $j$, $0 \leq t \leq u$

$\sum_j P_{ij}(t,u) = 1$, untuk semua $i$, $0 \leq t \leq u$

Probabilitas menetap (*occupancy probability*) didefinisikan sebagai berikut.

$$P_{\underline{ii}}(t,u) = \Pr(X_z = i \text{ untuk semua } z \in [t,u] \mid X_t = i)$$

Semua probabilitas transisi pada $0 \leq t \leq u$ dapat dibawa ke dalam sebuah matriks probabilitas transisi berikut.

$$\mathbf{P}[t,u] = \begin{bmatrix} P_{11}(t,u) & P_{12}(t,u) & \dots & P_{1N}(t,u) \\ P_{21}(t,u) & P_{22}(t,u) & \dots & P_{2N}(t,u) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{N1}(t,u) & P_{N2}(t,u) & \dots & P_{NN}(t,u) \end{bmatrix}$$

Intensitas transisi dari status i ke j dengan $i \neq j$ didefinisikan sebagai berikut.

$$\mu_{ij}(t) = \lim_{u \to t} \frac{P_{ij}(t,u)}{u-t} = \lim_{u \to t} \frac{\Pr\{X_j = u \mid X_i = t\}}{u-t}$$

Jika proses markov diasumsikan waktu homogen maka diperoleh

$$\mu_{ij}(t) = \lim_{u \to t} \frac{P_{ij}(t,u)}{u-t} = \mu_{ij}$$

yang merupakan fungsi konstan.

Total intensitas transisi dari status i adalah

$$\mu_i(t) = \sum_{j:j \neq i} \mu_{ij}(t) = \sum_{j:j \neq i} \lim_{u \to t} \frac{P_{ij}(t,u)}{u-t} = \lim_{u \to t} \frac{\sum_{j:j}}{} \quad (2.15)$$

Bentuk $\mu_i(t)\,\mathrm{d}t$ dapat diartikan sebagai peluang bersyarat meninggalkan status *i* pada interval yang sangat kecil $[t, t+\mathrm{d}t]$ dengan risiko *i* pada waktu *t*.

## 2.3 Persamaan Chapman-Kolmogorov

Persamaan Chapman - Kolmogorov menyatakan *path* yang dimulai pada status *i* pada waktu *t* menuju status *j* pada waktu *u* melalui beberapa status *k* secara berkelanjutan pada sebarang waktu *w*. Persaman Chapman–Kolmogorov dapat ditulis sebagai berikut.[3]

$$P_{ij}(t,u) = \sum_{k\in S} P_{ik}(t,w) P_{kj}(w,u) \quad (t \le w \le u)$$

Persamaan diferensial dari probabilitas transisi dapat dibentuk dari persamaan diferensial Kolmogorov Forward.

$$\frac{d}{dt} p_{ij}(z,t) = \sum_{k;k\neq j} p_{ik}(z,t)\lambda_{kj}(t) - p_{ij}(z,t)\lambda_j(t)$$

Untuk semua status i, j, dan t, $0 \le z \le t$ .

## 2.4 Fungsi Survival

Model survival adalah suatu distribusi peluang untuk suatu jenis variabel random tertentu. Sedangkan Lee mengatakan bahwa survival time dapat didefinisikan sebagai waktu hingga terjadinya suatu kejadian (even). Analisis survival adalah metode statistik yang digunakan untuk menganalisis suatu data survival.[4] Data ini dapat berupa survival time, respon terhadap suatu perlakuan (treatment), karakteristik pasien yang berhubungan dengan respon, bertahan hidup, dan perkembangan suatu penyakit. Survival time adalah data yang mengukur waktu sampai terjadinya suatu peristiwa tertentu seperti kegagalan (failure), kematian, respon, kambuh (relapse), perkembangan suatu penyakit, pembebasan bersyarat, berhenti merokok, atau perceraian. Distribusi survival time biasanya ditunjukkan oleh 3 fungsi, yaitu fungsi survival, fungsi hazard dan fungsi densitas.

# III. PEMBAHASAN DAN DATA

Asuransi Long-Term Care (LTC) adalah perawatan yang diperlukan sehubungan dengan kondisi atau penyakit kronis (tahan lama). Asuransi LTC mencakup memberikan dukungan pendapatan bagi tertanggung, yang membutuhkan perawatan dan/ atau perawatan medis, dalam bentuk salah satu dari kehilangan manfaat anuitas atau pengembalian biaya pengobatan dan perawatan. Dalam kasus terakhir manfaat biasanya disediakan oleh perusahaan asuransi atau dana kesehatan. Sebuah LTC tertentu juga mencakup anuitas hidup lurus terangkat dalam kasus annuitant menjadi cacat (menurut definisi yang diberikan cacat).

LTC dipengaruhi oleh beberapa jenis risiko. Dengan mengabaikan risiko investasi, yang menyangkut produk di daerah asuransi orang lain, kami hanya berkonsentrasi pada risiko yang berasal dari morbiditas dan durasi

[3] Ross, S.L., 2007. *Introduction to Probability Models 9th Edition*. Elsevier Inc. United States of America.

[4] London, D., 1997. Survival Models and Their Estimation. Actex Publications. Connecticut USA.

kehidupan (panjang umur). Pertama, perlindungan LTC adalah produk baru sehingga pengalaman tentang data klaim LTC masih sedikit. Selain itu, mengingat durasi seumur hidup mereka, perlindungan ini dipengaruhi oleh tren demografis. Secara khusus, ketidakpastian dalam tren masa depan berasal risiko penyimpangan sistematis dari asumsi demografis diadopsi dalam harga dan pemesanan. Tulisan ini memfokuskan pada risiko yang berasal dari ketidakpastian dalam tren demografi masa depan dan dampak yang terkait pada portofolio LTC. Tren yang mempengaruhi LTC meliputi kematian pada saat sehat, kematian pada saat kecacatan, risiko demografis merupakan dalam arti generalisasi dikenal dengan risiko umur panjang, biasanya mempengaruhi anuitas hidup lurus.

### 3.1 Model Multi Status

Seringkali keberadaan individu dalam status tertentu, atau perpindahan dari suatu status ke status lainnya mengakibatkan dampak finansial bagi individu tersebut. Oleh karena itu sudah menjadi tugas seorang aktuaris untuk mengkuantifikasi seberapa besar dampak yang akan terjadi. Dalam aplikasi dalam aktuaria model multi status (multiple state models) merupakan alat yang paling efektif untuk digunakan dalam penaksiran aktuaria (actuarial forecasting), khususnya pada asuransi kesehatan dan pendapatan cacat (manfaat yang diberikan berupa penghasilan rutin bagi orang-orang cacat). Model multi status dapat diartikan sebagai suatu model peluang yang memberikan pergerakan random dari suatu subjek di antara beberapa status yang berhingga. Contoh model multi status yang sederhana adalah studi mengenai model survival untuk status seseorang yang berusia $x$, dimana akan dilihat waktu meninggal $T(x)$ dari orang tersebut. Dalam hal ini akan diperhatikan dua status saja, yaitu hidup dan meninggal. Model ini menggambarkan peluang perpindahan dari status hidup ke status meninggal.

Model multi status adalah model yang mendefinisikan sebuah proses stokastik.

Apabila **S** adalah suatu ruang status berhingga dan melambangkan status-status sebagai bilangan asli maka **S** = {1, 2, 3,…, N}. Kemudian jika himpunan transisi langsung dilambangkan dengan **T** dan **T** adalah himpunan bagian dari himpunan pasangan $(i, j)$

$$\mathscr{T} \subseteq \{(i, j) \mid i \neq j; i, j \in \mathscr{S}\}$$

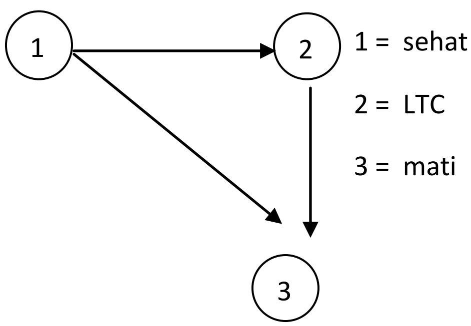
Selanjutnya, pasangan (**S**, **T**) disebut model multi status.[5]

LTC biasanya dimodelkan dalam kerangka multi status. Keadaan kesehatan seseorang baik itu sakit maupun sehat dipandang sebagai suatu status. Seseorang yang berada pada status awal yang biasanya dalam keadaan sehat dapat berpindah ke status cacat ataupun status meninggal (Gambar 3.1). Di asumsikan seseorang yang berada pada status cacat tidak bisa lagi kembali ke status sebelumnya (sehat). Seseorang yang berada pada status tertentu hanya dapat berpindah ke status yang lebih tinggi. Yaitu seseorang dengan status sehat hanya dapat bertransisi ke

[5] Haberman, S. and Pitacco, E., 1999. *Actuarial Models for Disability Insurance*. CRC Press LCC. Florida.

status cacat atau meninggal, sedangkan status cacat hanya bisa pindah ke status mati dan tidak bisa lagi kembali ke status sehat.

Secara umum karakter cacat LTC memungkinkan kita untuk mengabaikan kemungkinan pemulihan atau sehat (asumsi tersebut disarankan juga oleh kurangnya dari data asuransi LTC. Model multistate digambarkan pada Gambar 3.1. Perhatikan bahwa model seperti itu mewakili setiap perlindungan LTC menyediakan hanya satu tingkat manfaat cacat.




*Gambar 3.1 model multisatate untuk asuransi LTC dengan satu level dari kecacatan*

Model multi status membutuhkan suatu peluang yang dapat mengestimasi kemungkinan perpindahan dari suatu status ke status yang lainnya dalam waktu tertentu. Jika seseorang berada dalam keadaan sakit jangka panjang sekarang maka dia akan dapat bertransisi dari status sakit jangka panjang ke status meninggal, maka peluang perpindahan itu bergantung kepada status dia saat ini dan tidak bergantung pada status sebelumnya. Maka bentuk peluang perpindahan ini dikenal dengan peluang transisi. Peluang transisi di modelkan dengan model multi markov :

$$\Pr\{X(t)=j \mid X(x+t)=i\}$$
$$= P_{ij}(x), \quad i,j=1,2,3 \quad \forall x,t \geq 0$$

Persamaan diatas dapat artikan bahwa seseorang yang berusia $x$ berada pada status $i$ akan berada pada status *j* pada usia $x + t$. Peluang transisi dapat dibentuk dengan intensitas transisi $\mu_{ij}^{x}(t)$ melalui suatu persamaan differensial. Pendekatan ini disebut dengan *Transition Intensities Approach (TIA).*

Untuk menentukan suatu peluang transisi, hal yang perlu diketahui adalah nilai intensitas transisinya. diasumsikan fungsi hazard transisi merupakan fungsi konstan. Jika intensitas transisi konstan maka banyaknya orang yang bertransisi dari suatu status ke status yang lain per satuan waktu tidak bergantung pada waktu awal hanya bergantung pada selang waktu. Pengamatan difokuskan pada satu interval usia saja, contoh $(x, x+1)$. Disini diasumsikan bahwa intensitas transisi semua individu pada interval usia $(x, x+1)$ adalah konstan, yaitu $\mu_{ij}^{x}$. Jadi rantai markov yang di gunakan adalah rantai markov waktu homogen. Dengan asumsi intensitas konstan, mengakibatkan bahwa waktu yang dihabiskan di suatu status berdistribusi eksponensial.[6] Hal ini dibuktikan dengan menggunakan fungsi hazard.

Jika $T_{im}$ variabel random waktu kontinu yang di habiskan *m* di status *i* sebelum bertransisi ke status lain dengan fungsi hazard $\mu^{x}(t_{im}) = \mu^{x}$. Dengan menggunakan fungsi hazard diperoleh

[6] Jones. B.L., 1994. *Actuarial Calculation using A Markov Model.* Transactions of the Society of Actuaries, 46, 227-250.

$$S(t_{im}) = e^{-\int_0^{t_{im}} \mu(x)dx}$$
$$= e^{-\int_0^{t_{im}} \mu dx}$$
$$= e^{-\mu t_{im}}$$

$$f(t_{im}) = \mu^x(t_{im}) e^{-\int_0^{t_{im}} \mu(x)dx}$$
$$= \mu^x e^{-\int_0^{t_{im}} \mu dx}$$
$$= \mu^x e^{-\mu t_{im}}$$

Fungsi likelihood

$$L(\mu_{ij}^x; t_i) = L(\mu_{ij}^x) = \prod_{m=1}^{N} f_{T_{im}}(t_{im}; \mu_{ij}^x) \qquad \forall i, j = 1,2,3$$

Diperoleh,

Misalkan,

$n_{ij} = \sum_{m=1}^{N} n_{ijm}$ jumlah transisi dari status i ke status j yang dilakukan oleh semua individu dalam interval usia $(x, x+1)$

$t_i = \sum_{m=1}^{N} t_{im}$ total waktu tunggu di status i untuk semua individu

$$\log L(\mu_{ij}^x) = \sum_{m=1}^{N} \log f_{T_{im}}(t_{im}; \mu_{ij}^x)$$
$$= \sum_{m=1}^{N} \log(\mu_{ij}^x e^{-t_{im}\mu_{ij}^x})$$
$$= N(-t_{im}\mu_{ij}^x + \log \mu_{ij}^x)$$
$$= -t_i \mu_{ij}^x + n_{ij} \log \mu_{ij}^x \qquad (3.2)$$

Sehingga diperoleh nilai estimatornya

$$\hat{\mu}_{ij}^x = \frac{n_{ij}}{t_i} \qquad \forall i, j = 1,2,3$$

**Probabilitas Transisi.**

Peluang transisi ialah peluang perpindahan dari satu status ke status yang lain. Untuk mencari peluang transisi ini maka digunakan model persamaan differensial kolmogorov backward dan fordward. Karena skema awal hanya terdiri dari 3 status (Gambar 3.1) maka terdapat beberapa persamaan:

1. $\frac{d}{dt} P_{11}(t) = -P_{11}(t)(\mu_{12} + \mu_{13})$
2. $\frac{d}{dt} P_{22}(t) = -P_{22}(t)\mu_{23}$
3. $\frac{d}{dt} P_{12}(t) = P_{11}(t)\mu_{12} - P_{12}(t)\mu_{23}$
4. $\frac{d}{dt} P_{13}(t) = P_{11}(t)\mu_{13} + P_{12}(t)\mu_{23}$
5. $\frac{d}{dt} P_{23}(t) = P_{22}(t)\mu_{23}$

Dengan multi status yang terdapat pada gambar 3.1 maka diperoleh hasil intensitas transisinya dengan menggunakan persamaan likelihood.

Dari persamaan (3.2), untuk setiap $i, j = 1,2,3$ model pada gambar (3.1) diperoleh

$$\log L\left(\mu_{ij}^x\right) = \log L\left(\mu_{12}^x, \mu_{13}^x, \mu_{23}^x\right)$$
$$= -\mu_{ij}^x t_i + n_{ij} \log(\mu_{ij}^x)$$
$$= -t_1\left(\mu_{12}^x + \mu_{13}^x\right) - t_2\left(\mu_{23}^x\right)$$
$$+ n_{11}\left(\log \mu_{12}^x + \log \mu_{12}^x\right)$$
$$+ n_{12} \log \mu_{12}^x + n_{13} \log \mu_{13}^x$$
$$+ n_{22} \log \mu_{23}^x + n_{23} \log \mu_{23}^x$$

Dengan

$t_1$ = total waktu seseorang berada dalam status sehat (tahun).

$t_2$ = total waktu seseorang berada dalam status perawatan jangka panjang (tahun).

$n_{11}$= banyaknya orang bertransisi dari status sehat ke status sehat.

$n_{12}$= banyaknya orang bertransisi dari status sehat ke status perawatan jangka panjang.

$n_{13}$= banyaknya orang bertransisi dari status sehat ke status meninggal.

$n_{22}$= banyaknya orang yang bertransisi dari status perawatan jangka panjang ke status perawatan jangka panjang.

$n_{23}$= banyaknya orang bertransisi dari status perawatan jangka panjang ke status meninggal.

Untuk menentukan estimator intensitas transisi, dicari penyelesaian persamaan berikut

$$\frac{\partial \log L\left(\mu_{12}^{x}, \mu_{13}^{x}, \mu_{23}^{x}\right)}{\partial \mu_{12}^{x}} = 0$$

$$-t_1 + \frac{\left(n_{11} + n_{12}\right)}{\mu_{12}^{x}} = 0$$

$$\widehat{\mu}_{12}^{x} = \frac{n_{11} + n_{12}}{t_1}$$

Dengan cara yang sama, diperoleh intensitas transisi yang lain.

$$\widehat{\mu}_{13}^{x} = \frac{n_{11} + n_{13}}{t_1} ,$$

$$\widehat{\mu}_{23}^{x} = \frac{n_{22} + n_{23}}{t_2}$$

Penulis menggunakan data survival yang diambil dari catatan kesehatan ruang isolasi dan catatan penghuni panti jompo abi yoso, pakem sleman. Perilaku penghuni Panti Jompo Abi Yoso diamati dalam periode observasi tersebut. Para penghuni panti yang masuk dalam periode observasi dicatat tanggal lahir, tanggal masuk wisma isolasi dan tanggal keluar wisma isolasi atau tanggal meninggal, serta tanggal keluar dari panti. Diasumsikan bahwa tingkah laku penghuni panti selama observasi tidak dipengaruhi oleh cara ia masuk ke dalam observasi maupun cara ia keluar dari observasi. Jangka waktu penghuni panti menghadapi resiko menjalani perawatan jangka panjang atau meninggal juga dihitung dengan menghitung selisih tanggal masuk wisma isolasi dan tanggal meninggal dengan tanggal penghuni masuk panti.

Data survival diklasrifikasikan menurut kelompok usia observasi. Berdasarkan klasifikasi kelompok usia observasi dihitung jumlah penghuni yang melakukan transisi dari sehat ke perawatan jangka panjang, sehat ke meninggal dan dari perawatan jangka panjang ke meninggal. Kemudian dicari juga lamanya waktu (tahun) seorang penghuni panti bertransisi dari suatu status ke status yang lain dihitung dengan mencari selisih usia penghuni panti saat masuk pertama kali menjadi penghuni panti dengan usia pada saat penghuni dipindahkan ke ruang isolasi untuk menjalani perawatan jangka panjang ataupun meninggal.

Berdasarkan klarifikasi kelompok usia observasi, dihitung banyaknya penghuni panti yang melakukan transisi sehat ke perawatan jangka panjang, sehat ke meninggal, dari perawatan jangka panjang ke meninggal, maupun dari sehat ke sehat dan dari perawatan jangka panjang ke perawatan jangka panjang.

Penulis menggunakan data survival yang diambil dari catatan kesehatan ruang isolasi dan catatan penghuni panti jompo abi yoso, pakem sleman. Beberapa hasil estimasi dari data tersebut terlihat dalam tabel dibawah ini.

**Tabel 3.1 Jumlah transisi berdasarkan selang usia dan jenis transisi**

| Selang Usia | $n_{11}$ | $n_{12}$ | $n_{13}$ | $n_{22}$ | $n_{23}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 60,65) | 25 | 4 | 3 | 2 | 4 |
| (65,70) | 23 | 5 | 8 | 2 | 5 |
| (70,75) | 34 | 9 | 17 | 1 | 9 |
| (75,80) | 19 | 8 | 5 | 2 | 8 |
| (80,85) | 8 | 9 | 5 | 1 | 9 |

**Tabel 3.2 Total waktu transisi berdasarkan selang usia dan jenis transisi**

| Usia (x) | $P_{11}$ | $P_{12}$ | $P_{13}$ | $P_{22}$ | $P_{23}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| (60,65) | 0.1800 | 0.067 | 0.7522 | 0.434 | 0.565 |
| (65,70) | 0.4038 | 0.057 | 0.5390 | 0.328 | 0.671 |
| (70,75) | 0.5822 | 0.022 | 0.3949 | 0.158 | 0.841 |
| (75,80) | 0.3841 | 0.053 | 0.5626 | 0.273 | 0.726 |
| (80,85) | 0.369 | 0.070 | 0.5889 | 0.336 | 0.663 |

**Tabel 3.3 Nilai taksiran intensitas transisi untuk masing-masing selang usia**

| Selang Usia | $\mu_{12}$ | $\mu_{13}$ | $\mu_{23}$ |
|---|---|---|---|
| (60,65) | 0.864169 | 0.850231 | 0.832541 |
| (65,70) | 0.430334 | 0.476441 | 1.11232 |
| (70,75) | 0.247446 | 0.293482 | 1.842504 |
| (75,80) | 0.506475 | 0.4502 | 1.297547 |
| (80,85) | 0.563835 | 0.431168 | 1.089552 |

**3.2 Estimasi Probabilitas Transisi.**

Untuk mencari nilai probabilitas transisi kita menggunakan persamaan pada subbab (3.3). Dengan hasil persamaan differensialnya adalah

1. $P_{11}(t) = e^{-\int_0^t (\mu_{12}+\mu_{13})dx}$
2. $P_{22}(t) = e^{-\int_0^t \mu_{23}\, dx}$
3. $P_{12}(t) = \int_0^t P_{11}(t)\mu_{12}\, e^{-\mu_{23}(t-x)}dx$
4. $P_{13}(t) = 1-(P_{12}(t)+P_{11}(t))$
5. $P_{23}(t) = 1-P_{22}(t)$

Dengan mensubstitusikan hasil estimasi intensitas transisi yang sudah di peroleh sebelumnya, maka diperoleh nilai peluang transisi untuk 5 kelompok selang usia $t = 1$ pada tabel (3.4)

**Tabel (3.4) nilai probabilitas transisi $(x, x+1)$untuk masing-masing selang usia**

| Selang Usia | $t_{11}$ | $t_{12}$ | $t_{13}$ | $t_{22}$ | $t_{23}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| (60,65) | 58.04 | 10.95 | 2.742 | 3.882 | 3.324 |
| (65,70) | 54.61 | 3.432 | 7.019 | 2.232 | 4.060 |
| (70,75) | 119.3 | 21.55 | 32.84 | 1.372 | 4.054 |
| (75,80) | 34.09 | 12.84 | 6.372 | 2.657 | 5.049 |
| (80,85) | 9.282 | 12.96 | 7.90 | 1.605 | 4.572 |

### 3.3 Perhitungan Premi dan Resiko

Sebelum menetapkan harga premi terlebih dahulu kita harus fungsi kerugian *(loss function)*. Karena dari awal telah ditetapkan bahwa untuk perhitungan premi kita menggunakan prinsip kesetaraan *(equivalence principle)*. Prinsip keseteraaan menerapkan memiliki syarat bahwa

$$E[L] = 0 \qquad (3.8a)$$

bahwa nilai harapan dari kerugian $[L]$ sama dengan nol. Artinya kewajiban kewajiban perusahaan sama nilainya dengan hak yang di terima oleh nasabah, yaitu

$$E[\text{present value of benefit}] = E[\text{present value of benefit premiums}]$$

Biasanya produk asuransi perawatan jangka panjang memberikan manfaat anuitas dengan jumlah tetap.

Misalkan kejadian $I_E$ menunjukkan indikator dari kejadian $E$. Dengan asumsi deterministik,dan konstan force of interst $\delta$, dengan diskon tahunan $v = e^{-\delta}$, misalkan $n$ adalah maksimum durasi suatu polis. Diberikan lamanya waktu yang di tanggung oleh perawatan jangka panjang. adalah $n = \omega - x$ dimana $x$ adalah usia seseorang ketika polis diterbitkan dan $\omega$ adalah usia maksimum. $Y(t)$ adalah nilai sekarang pada saat $t$ dari manfaat *(present value of benefit)* dan $X(t)$ adalah premi *(present value of benefit premiums)* pada masa akan datang untuk polis perawatan jangka panjang secara umum adalah (untuk $t > 0$)

$$Y(t) = \int_t^n v^{u-t} \sum_j b_j(u) I_{\{S(u)=j\}} du$$

$$X(t) = \int_t^n v^{u-t} \sum_j p_j(u) I_{\{S(u)=j\}} du$$

Persamaan diatas dapat digabungkan sebagai berikut

$$L(t) = \int_t^n v^{u-t} \sum_j b_j(u) I_{\{S(u)=j\}} du$$

Fungsi

disebut $L(t)$ juga sebagai fungsi kerugian pada waktu $t$, karena perbedaan antara manfaat dan premi $L(t)=Y(t)-X(t)$. Dalam persamaan di atas disebut juga fungsi kerugian untuk polis tunggal.

Premi dan cadangan dihitung sesuai dengan prinsip kesetaraan / equivalensi Kami berasumsi bahwa prinsip kesetaraan harus dipenuhi pada tingkat polis, maka premi untuk setiap polis seperti pada persamaan (3.8a) adalah

$$E\left[L(0)\middle|S(0)=1\right]=0$$

Ekspektasi dari fungsi kerugian pada saat $t=0$ jika si tertanggung berada pada state 1 saat $t=0$ sama dengan nol. Ini juga berarti bahwa

$$E\left[X(0)\middle|S(0)=1\right]=E\left[Y(0)\middle|S(0)=1\right]$$

Metode stand alone dalam asuransi perawatan jangka panjang (LTC) memberikan jumlah yang tetap/ terbatas dalam hal kebutuhan LTC. Jumlah anuitas dapat didefinisikan sebagai fungsi dari tingkat kelemahan/ kecacatan . Karena hanya satu tingkat kecacatan yang diberikan dalam makalah ini, maka diasumsikan bahwa hanya satu tingkat manfaat yang disediakan. kita mengadopsi tingkat benefit dengan jumlah konstan, $b_2$. Mengingat bahwa polis yang dikeluarkan kepada orang tua sepertinya cukup dibiayai dengan premi tunggal. Fungsi kerugian pada tingkat individu untuk $t=0$

$$L(0)=b_2\int_0^n v^u I_{\{S(u)=2\}}du$$

Karena kita bertujuan menilai risiko yang melekat pada harga yang diberikan, dalam mengikuti fungsi kerugian akan dianalisis terutama di waktu 0. Resiko perusahaan asuransi diukur melalui variansi fungsi kerugiannya. Yaitu dengan mencari moment pertama dan kedua dari fungsi kerugian. Moment pertama dari fungsi kerugian pada tingkat individu untuk $t>0$

$$E\left[L(t)\middle|S(t)=i\right]=b_2\int_t^n v^{u-t}P_{i2}(t)du \qquad i=1,2$$

Moment kedua dari fungsi kerugian saat $t>0$ adalah

$$E\left[(L(t))^2\middle|S(t)=i\right]=2(b_2)^2\int_t^n v^{2(u-t)}P_{i2}(t)$$
$$\times\left[\int_u^n v^{r-u}P_{22}(t,r)dr\right]du \qquad i=1,2$$

Untuk menaksir parameter intensitas dan peluang transisi dibutuhkan data yang mempresentasikan orang yang bertransisi dari suatu status ke status yang lain persatuan waktu. Penulis menggunakan data survival yang diambil dari catatan kesehatan ruang isolasi dan catatan penghuni panti jompo Abi Yoso, Pakem Sleman. Informasi yang diperoleh adalah tanggal lahir, tanggal masuk dan keluar wisma. Tanggal masuk dan keluar ruang isolasi (perawatan) dan tanggal meninggal penghuni panti. Ruang isolasi (wisma isolasi) adalah wisma khusus yang dihuni oleh para penghuni panti yang lemas, hanya dapat berbaring, dan sama sekali tidak dapat melakukan kegiatan sehari-hari tanpa bantuan orang lain akibat sakit sehingga membutuhkan perawatan jangka panjang.

Untuk dapat menjadi penghuni panti jompo seseorang harus berusia minimal 60 tahun dan dalam kondisi sehat. Ada 12 wisma tersedia di panti jompo Abi Yoso, Pakem Sleman. Para penghuni panti yang sehat, mandiri maupun setengah mandiri tinggal berkelompok-kelompok sekitar 8 orang dalam setiap wisma. Terkecuali wisma isolasi, wisma ini dihuni sekitar 10 hingga 12 orang yang membutuhkan perawatan jangka panjang.

Karena keterbatasan data maka penulis hanya membedakan status penghuni wisma hanya menjadi 3 tipe yaitu, tipe sehat, tipe perawatan jangka panjang, dan meninggal, dan hanya memungkinkan perpindahan transisi dari status sehat ke status perawatan jangka panjang, status sehat ke meninggal dan dari perawatan jangka panjang ke status meninggal.

Kita asumsikan benefit yang diperoleh sebesar Rp.100.000.000.- dengan $i = 8\%$ , menggunakan persamaan di atas maka premi asuransi perawatan jangka panjang untuk seseorang yang berumur 65 tahun dengan masa perlindungan 1 tahun adalah (hasil yang diperoleh dalam satuan juta)

$$\begin{aligned} NSP &= 100\int_0^1 v^u P_{12}(t)du \\ &= 100(0.07035503852) \\ &= 7.035503852 \end{aligned}$$

Untuk premium pada selang usia lainnya dapat dilihat di tabel dibawah ini

**Tabel (3.5) besar premi per selang usia untuk masa satu tahun**

| Usia (x) | *premi* |
|---|---|
| (60,65) | 7.035503852 |
| (65,70) | 5.939400842 |
| (70,75) | 2.372400821 |
| (75,80) | 5.525617765 |
| (80,85) | 7.288870947 |

## IV. Kesimpulan

Sebenarnya menetapkan premi asuransi jangka panjang cukup sulit dibanding dengan produk-produk yang lainnya. Dikarenakan data yang susah diperoleh, produk asuransi jangka panjang juga terbilang baru di Indonesia, dan beberapa resiko yang timbul sangat dipengaruhi oleh tren demografis. Namun dalam masalah perawatan jangka panjang dapat dimodelkan dengan model markov kontinu multi status. Terlihat bahwa premi cukup besar pada umur 60 dibandingkan dengan umur yang lainnya dikarenakan data yang diperoleh pada umur 60 cukup banyak dan persentase masuk perawatan jangka panjangnya juga banyak.

Terjadinya penurunan premi pada umur 65 dan 70 pada panti sosial Abi Yoso, namun pada umur umur berikutnya terjadi kenaikan.

Penelitain ini dapat dilanjutkan dengan mengembangkan status yang lebih banyak. Nilai estimasi transisi tidak hanya di selesaikan dengan metode likelihood tapi juga bisa dibteruskan dengan digraduasi dan Cox's. Penggunaan data yang lebih lengkap dan ruang lingkup yang lebih luas dapat memperbaiki hasil edtimasi intensitas transisi.

**Daftar Pustaka**

Olivieri, A, and Pitacco, E. 2001. *Facing LTC Risks, Proceedings of the 32nd International ASTIN Colloquium*, Washington.

Haberman, S. and Pitacco, E., 1999. *Actuarial Models for Disability Insurance*. CRC Press LCC. Florida.

Ross, S.L., 2007. *Introduction to Probability Models 9th Edition*. Elsevier Inc. United States of America.

London, D., 1997. *Survival Models and Their Estimation*. Actex Publications. Connecticut USA.

Jones. B.L., 1994. *Actuarial Calculation using A Markov Model.* Transactions of the Society of Actuaries, 46, 227-250.